

## EJERCICIOS DE INFERENCIA PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD ANDALUCIA 2011

1. El director de un banco afirma que la cantidad media de dinero extraído, por cliente, de un cajero automático de su sucursal no supera los 120 euros. Para contrastar esta hipótesis elige al azar 100 extracciones de este cajero y obtiene una media muestral de 130 euros. Se sabe que la cantidad de dinero extraído por un cliente en un cajero automático se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 67 euros.
  - a) (0.5 puntos) Plantee el contraste de hipótesis asociado al enunciado.
  - b) (1 punto) Determine la región de aceptación, para un nivel de significación  $\alpha = 0.05$ .
  - c) (1 punto) Con los datos muestrales tomados, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis de este director, con el mismo nivel de significación anterior?
2. Se sabe que la estatura de las personas de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal cuya desviación típica es de 0.04 m. Para estimar la media de esta variable se ha tomado una muestra aleatoria de 60 personas de esa población y se ha encontrado una estatura media de 1.73 m.
  - a) (1.25 puntos) Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 97%, para la media de la distribución de estaturas.
  - b) (1.25 puntos) Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que la amplitud de un intervalo de la media con este nivel de confianza sea inferior a 0.08 m.
3. En un distrito universitario, la calificación de los alumnos sigue una distribución Normal de media 6.2 puntos y desviación típica de 1 punto. Se seleccionó, aleatoriamente, una muestra de tamaño 25.
  - a) (1 punto) Indique la distribución de la media de las muestras de tamaño 25.
  - b) (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de las calificaciones de los alumnos de una de esas muestras esté comprendida entre 6 y 6.6 puntos?
4. (2.5 puntos) Un estudio sociológico afirma que el 70% de las familias cena viendo la televisión. Se desea contrastar la veracidad de esta afirmación y, para ello, se toma una muestra de 500 familias, en la que se observa que 340 ven la televisión mientras cenan. Decida, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación es cierta con un nivel de significación de 0.01.
5. El peso de los adultos de una determinada población sigue una distribución Normal de media 70 kg y desviación típica 16 kg. Si elegimos, al azar, muestras de tamaño 4,
  - a) (0.5 puntos) ¿cuál es la distribución de la media muestral?
  - b) (1 punto) ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de una de esas muestras esté comprendido entre 65 y 72 kg?
  - c) (1 punto) ¿cuál es la probabilidad de que ese peso medio sea menor que 70kg?
6. Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en kg: 1.2 0.9 1 1.2 1.1 1 0.8 1.1  
Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0.25 kg.
  - (1.5 puntos) Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.
  - (0.5 puntos) Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.
  - (0.5 puntos) Razone cómo varía la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

7. Una máquina está preparada para fabricar piezas de, a lo sumo, 10 cm de longitud. Se toma una muestra de 1000 piezas, comprobándose que la media sus longitudes es de 10.0037 cm. La longitud de las piezas fabricadas por esa máquina sigue una ley Normal con desviación típica 0.2 cm.
- (0.5 puntos) Plantee un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si con los datos de esa muestra es posible afirmar que la media de la longitud de las piezas fabricadas por la máquina es de más de 10 cm.
  - (1 punto) Determine la región de aceptación de la hipótesis nula de ese contraste para un nivel de significación  $\alpha = 0.025$ .
  - (1 punto) Con los datos de la muestra y usando el contraste de hipótesis del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la longitud media de las piezas fabricadas?
8. (1 punto) Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?
- (1.5 puntos) El peso de los individuos de una población se distribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.
9. Suponiendo que la variable “años de vida de los individuos de un país” sigue una distribución Normal con desviación típica 8.9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años. A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71.8 años.
- (0.5 puntos) Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.
  - (1 punto) Determine la región crítica a un nivel de significación del 5%.
  - (1 punto) Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?
10. Sea  $X$  una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.
- (1 punto) ¿Cuál es la distribución de la media muestral?
  - (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47.5 y 52.5?
11. El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizó una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y ésta reveló que 130 de ellas habían visto ese programa.
- (0.5 puntos) Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.
  - (1 punto) Halle la región crítica de ese contraste para un nivel de significación del 5.5%.
  - (1 punto) Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?
12. El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media  $\mu$  y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 gramos.
- (1.25 puntos) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media  $\mu$ .
  - (1.25 puntos) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?