

EJERCICIOS DE FUNCIONES PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD. ANDALUCIA 2012

1. De la función f se sabe que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$.
- a) **(1.5 puntos)** Estudie la monotonía y la curvatura de f .
- b) **(1 punto)** Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 1)$, calcule la ecuación de la recta tangente en dicho punto.
2. **(1.25 puntos)** Dada la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$, determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y alcanza un extremo en $x = -2$.
- b) **(1.25 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$, en el punto de abscisa $x = 1$.

3. **(0.75 puntos)** Para la función f definida de la forma $f(x) = \frac{ax}{x+b}$, determine, razonadamente, los valores de a y b sabiendo que tiene como asíntota vertical la recta de ecuación $x = -2$ y como asíntota horizontal la de ecuación $y = 3$.
- b) **(1.75 puntos)** Para la función g , definida de la forma $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, determine: su dominio, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos. Con esos datos haga un esbozo de su gráfica.

4. Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - b & \text{si } x > 2 \end{cases}$.
- a) **(1.5 puntos)** Calcule a y b para que la función sea continua en todo su dominio y presente un mínimo en $x = 1$.
- b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función para $a = 1.5$ y $b = 0.5$.

5. Se considera la función $f(x) = 1 - \frac{2}{x+2}$.
- a) **(0.8 puntos)** Determine la monotonía y curvatura de la función.
- b) **(0.8 puntos)** Calcule sus asíntotas.
- c) **(0.9 puntos)** Representéla gráficamente.

6. Sea $P(t)$ el porcentaje de células, de un determinado tejido, afectadas por un cierto tipo de enfermedad transcurrido un tiempo t , medido en meses:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{100t - 250}{t + 5} & \text{si } t > 5 \end{cases}.$$

- a) **(0.5 puntos)** Estudie la continuidad de la función P .
- b) **(0.75 puntos)** Estudie la derivabilidad de P en $t = 5$.
- c) **(0.75 puntos)** Estudie la monotonía de dicha función e interprete la evolución del porcentaje de células afectadas.
- d) **(0.5 puntos)** ¿En algún momento el porcentaje de células afectadas podría valer 50?

7. (1.5 puntos) Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Determine los valores de a y b , para que la función f sea derivable en $x = 2$.

b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función

$$g(x) = \frac{x+2}{x-1} \text{ en el punto de abscisa } x = 0.$$

8. Se estima que el beneficio de una empresa, en millones de euros, para los próximos 10 años

viene dado por la función $B(t) = \begin{cases} at - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ 2t & \text{si } 6 < t \leq 10 \end{cases}$, siendo t el tiempo transcurrido en años.

a) (0.75 puntos) Calcule el valor del parámetro a para que B sea una función continua.

b) (1 punto) Para $a = 8$ represente su gráfica e indique en qué períodos de tiempo la función crecerá o decrecerá.

c) (0.75 puntos) Para $a = 8$ indique en qué momento se obtiene el máximo beneficio en los primeros 6 años y a cuánto asciende su valor.

9. (2.5 puntos) Determine los valores que han de tomar a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax - 7 & \text{si } x < 1 \\ 4x - b & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \text{ sea derivable en } R.$$

10. En el mar hay una mancha producida por una erupción submarina. La superficie afectada, en

km^2 , viene dada por la función $f(t) = \frac{11t + 20}{t + 2}$, siendo t el tiempo transcurrido desde que empezamos a observarla.

a) (0.5 puntos) ¿Cuál es la superficie afectada inicialmente, cuando empezamos a medirla?

b) (1.25 puntos) Estudie si la mancha crece o decrece con el tiempo.

c) (0.75 puntos) ¿Tiene algún límite la extensión de la superficie de la mancha?

11. Sean dos funciones, f y g , tales que las expresiones de sus funciones derivadas son, respectivamente,

$$f'(x) = x + 2 \text{ y } g'(x) = 2.$$

a) (1 punto) Estudie la monotonía de las funciones f y g .

b) (0.75 puntos) De las dos funciones f y g , indique, razonadamente, cuál de ellas tiene algún punto en el que su derivada es nula.

c) (0.75 puntos) ¿Cuál de las funciones f y g es una función polinómica de primer grado? ¿Por qué?

12. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) (0.8 puntos) $f(x) = e^{3x} \cdot \ln(2x - 5)$.

b) (0.8 puntos) $g(x) = \frac{3^{2x}}{x^2 - 1}$.

c) (0.9 puntos) $h(x) = (3x^2 + 5x - 1)^6 + x^2 - \ln x$.