

EJERCICIOS DE ÁLGEBRA PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD ANDALUCÍA 2012

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 3 & -1 & b \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Halle los valores de a y b para que se verifique $B \cdot C^t = A$.

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - A^2 = I_2$.

2. Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$3x + 4y \geq 28; \quad 5x + 2y \leq 42; \quad x - y \geq 0.$$

a) **(0.5 puntos)** Razone si el punto de coordenadas $(7, 3)$ pertenece al recinto.

b) **(1.5 puntos)** Represente dicho recinto y halle sus vértices.

c) **(0.5 puntos)** Calcule el valor máximo de la función $F(x, y) = 3x - 2y + 6$ en el recinto, indicando el punto o puntos donde se alcanza ese máximo.

3. **(2.5 puntos)** Un comerciante dispone de 1200 euros para comprar dos tipos de manzanas A y B. Las del tipo A las compra a 0.60 euros/kg y las vende a 0.90 euros/kg, mientras que las del tipo B las compra a 1 euro/kg y las vende a 1.35 euros/kg.

Sabiendo que su vehículo a lo sumo puede transportar 1500 kg de manzanas, ¿cuántos kilogramos de cada tipo deberá adquirir para que el beneficio que obtenga sea máximo? ¿Cuál sería ese beneficio?

4. Los alumnos de 2º de Bachillerato organizan una venta de pasteles para el viaje de fin de curso. Venden pasteles grandes, que necesitan 2 huevos, 5 terrones de azúcar y 100 g de harina cada uno, y pasteles pequeños, que necesitan 1 huevo, 3 terrones de azúcar y 80 g de harina cada uno.

a) **(0.5 puntos)** Presente en una matriz M , de dimensión 3×2 , las cantidades de los elementos necesarios para la elaboración de un pastel grande y uno pequeño.

b) **(0.5 puntos)** Si desean fabricar 20 pasteles de una clase y 30 de otra, escriba las dos matrices columna, A (20 grandes y 30 pequeños) y B (30 grandes y 20 pequeños) que representan este reparto.

c) **(1.5 puntos)** Calcule los productos $M \cdot A$ y $M \cdot B$ e indique si con 8 docenas de huevos, 200 terrones de azúcar y 5 kg de harina se pueden elaborar 20 pasteles grandes y 30 pequeños. ¿Y 30 grandes y 20 pequeños?

5. **(2.5 puntos)** Halle la matriz X que verifique la ecuación matricial $A^2 \cdot X = A - B \cdot C$, siendo A , B y C las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) **(1.9 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones

$$7x - y \geq -10; \quad x + y \leq 2; \quad 3x - 5y \leq 14 \quad \text{y determine sus vértices.}$$

b) **(0.6 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 2x + 3y$ en dicha región.

6. **(1.9 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones

$$7x - y \geq -10; \quad x + y \leq 2; \quad 3x - 5y \leq 14 \quad \text{y determine sus vértices.}$$

b) **(0.6 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 2x + 3y$ en dicha región.

7. Sea el recinto limitado por las siguientes inecuaciones: $y + 2x \geq 2$; $2y - 3x \geq -3$; $3y - x \leq 6$.
- (1 punto)** Represente gráficamente dicho recinto.
 - (1 punto)** Calcule sus vértices.
 - (0.5 puntos)** Obtenga el valor mínimo de la función $F(x, y) = 2x - y$ en el recinto anterior, así como dónde lo alcanza.

8. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

- (1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + A^t = I_2$.
- (0.5 puntos)** ¿Qué requisitos mínimos debe cumplir una matriz B para que pueda efectuarse el producto $A \cdot B$?
- (0.5 puntos)** ¿Y para el producto $3 \cdot B \cdot A$?

9. **(2.5 puntos)** Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y 1 cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30 euros y el de un pantalón es de 50 euros. Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo.

10. Una fábrica produce dos tipos de productos, A y B, que distribuye a tres clientes. En el mes de enero el primer cliente compró 9 unidades de A y 5 de B, el segundo cliente 3 de A y 7 de B, y el tercer cliente 4 de A y 6 de B.

En el mes de febrero el primer cliente y el segundo duplicaron las compras del mes anterior, y el tercer cliente compró de cada producto una unidad más de las que compró en enero. En marzo el primer cliente no compró nada, y el segundo y el tercero compraron lo mismo que en febrero.

- (0.75 puntos)** Para cada mes construya la matriz de dimensión 3×2 correspondiente a las compras de ese mes.
- (0.5 puntos)** Calcule la matriz de compras del trimestre.
- (1.25 puntos)** Si los precios de los productos A y B son, respectivamente, 80 y 100 euros, calcule lo que factura la fábrica en el primer trimestre, por cada cliente y en total.

11. Una empresa vende tres artículos diferentes A, B y C, cada uno de ellos en dos formatos, grande y normal. En la matriz F se indican las cantidades de los tres artículos, en cada uno de los dos formatos, que ha vendido la empresa en un mes. En la matriz G se indican las ganancias, en euros, que obtiene la empresa por cada unidad que ha vendido de cada artículo en cada formato

$$F = \begin{pmatrix} 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{grande} \\ \leftarrow \text{normal} \end{matrix} \quad G = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{grande} \\ \leftarrow \text{normal} \end{matrix}$$

- (1 punto)** Efectúe los productos $F^t \cdot G$ y $F \cdot G^t$.
- (0.75 puntos)** Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas de cada uno de los tres artículos y especifique cuáles son esas ganancias.
- (0.75 puntos)** Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas en cada uno de los dos formatos, especifique cuáles son esas ganancias y halle la ganancia total.

12. **(2.5 puntos)** En una carpintería se construyen dos tipos de estanterías: grandes y pequeñas, y se tienen para ello 60 m^2 de tableros de madera. Las grandes necesitan 4 m^2 de tablero y las pequeñas 3 m^2 . El carpintero debe hacer como mínimo 3 estanterías grandes, y el número de pequeñas que haga debe ser, al menos, el doble del número de las grandes. Si la ganancia por cada estantería grande es de 60 euros y por cada una de las pequeñas es de 40 euros, ¿cuántas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?