

EJERCICIOS DE ALGEBRA PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD ANDALUCIA 2011

1. Sean las matrices $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
- (1,5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $2.X - C.D = (I_3 + D).C$
 - (1 punto) Si las matrices C y D son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices a, b, c y $1, 2, 3$, respectivamente, haga la representación gráfica de dichos grafos.
2. (2.5 puntos) Una empresa elabora dos productos, A y B . Cada unidad de A requiere 2 horas en una máquina y 5 horas en una segunda máquina. Cada unidad de B necesita 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Semanalmente se dispone de 100 horas en la primera máquina y de 110 horas en la segunda.
- Si la empresa obtiene un beneficio de 70 euros por cada unidad de A , y de 50 euros por cada unidad de B , ¿qué cantidad semanal de cada producto debe producir con objeto de maximizar el beneficio total? ¿Cuál es ese beneficio?
3. a) (1,25) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcule $(I_3 - A)^3$
- b) (1,25 puntos) Dadas las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$, determine a y b de manera que $B.C - D = O$, siendo O la matriz nula
4. a) (1.5 puntos) Dibuje el recinto del plano definido por el siguiente sistema de inecuaciones y determine sus vértices: $y \geq 200 - 2x$ $x - 100 \leq 3y$ $x + y \leq 600$ $x \geq 0$
- b) (1 punto) Sabiendo que $A(0, 2)$, $B(1, 4)$, $C(3, 4)$, $D(4, 2)$ y $E(2, 1)$ son los vértices de una región factible, determine en ella el mínimo y el máximo de la función $F(x, y) = 10x + 5y + 21$, e indique los puntos donde se alcanzan.
5. a) (1,5 puntos) De una matriz cuadrada A , de orden 3 se conocen los siguientes elementos
- $$a_{12} = a_{21} = -2 \qquad a_{13} = a_{31} = 0 \qquad a_{23} = a_{32} = 1$$
- Determine los demás elementos de la matriz A sabiendo que debe cumplirse la ecuación
- $$A.B = C^t \text{ , donde } B^t = (1, -1, 1) \text{ y } C = (-4, 2, -1)$$
- b) (1 punto) Calcule $2.D^2$, siendo $D = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
6. Se considera el recinto R del plano determinado por las siguientes inecuaciones:
- $$13x + 8y \leq 600 \quad ; \quad 3.(x - 2) \geq 2.(y - 3) \quad ; \quad x - 4y \leq 0$$
- (1.75 puntos) Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.
 - (0.75 puntos) Calcule el valor máximo en dicho recinto de la función $F(x, y) = 65x + 40y$, indicando dónde se alcanza.

7. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

a) (1 punto) Calcule $A^2 - B \cdot C^t$

b) (1,5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B = 2 \cdot C$

8. Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 20 \quad 3x + 5y \leq 70 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

a) (0.5 puntos) Razone si el punto de coordenadas (4.1, 11.7) pertenece al recinto.

b) (1.25 puntos) Represente dicho recinto y calcule sus vértices.

c) (0.75 puntos) ¿Dónde alcanzará la función $F(x, y) = 0.6x + y$ sus valores extremos y cuáles serán éstos?

9. Se considera el recinto R del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \geq 2 \quad x + 3y \leq 15 \quad 3x - y \leq 15 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

a) (1.5 puntos) Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.

b) (0.5 puntos) Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 3x + y$ en dicho recinto.

c) (0.5 puntos) Razone si existen puntos (x, y) del recinto, para los que $F(x, y) = 30$.

10. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) (1,25 puntos) Efectúe, si es posible, los siguientes productos: $A \cdot A^t$ $A^t \cdot A$ $A \cdot B$

b) (1,25 puntos) Resuelva la siguiente ecuación matricial $A \cdot A^t \cdot X = B$

11. a) (1.2 puntos) Represente gráficamente el recinto determinado por las siguientes inecuaciones

$$6x - y + 9 \geq 0 \quad 2x + 5y - 13 \leq 0 \quad 2x - 3y - 5 \leq 0$$

b) (0.9 puntos) Determine los vértices del recinto anterior.

c) (0.4 puntos) Halle los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 3x - 2y + 3$ en el recinto del primer apartado, y especifique en qué puntos los alcanza.

12. a) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, razone cuáles de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse: $M + N^t$ $M^t \cdot N$ $M \cdot N$

b) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el kg de cada producto final:

$$P: \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} natural \\ descafein \end{matrix} & \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad Q: \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} natural \\ descafein \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2,20 & 2,75 & 2,50 \\ 3,20 & 3,90 & 3,60 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Efectúe el producto $P \cdot Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.