# RELACIÓN III. FUNCIONES Y PROBABILIDAD

① Sea la función $f$ definida por $f(x) = \begin{cases} -bx^2 - bx + a & \text{si } x \leq 2 \\ \dfrac{60}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.

b) Para $a = 48$ y $b = 3$, estudie la monotonía de $f(x)$ y calcule sus extremos.

② Sea la función $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + bx - 1$

a) Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto $(0,0)$

b) Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

③ Antonio va de compras dos días de cada cinco. A lo largo del tiempo, ha observado que la fruta está de oferta la tercera parte de los días que va de compras y la mitad de los días que no va. Elegido un día al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la fruta esté de oferta ese día?

b) Calcule la probabilidad de que ese día Antonio vaya a la compra o la fruta esté de oferta.

SOLUCIONES RELACIÓN III. FUNCIONES Y PROBABILIDAD

1 a) $Dom(f) = \mathbb{R}$. Posibles punto de discontinuidad $x=2$.

$f(2) = -b\cdot 2^2 - b\cdot 2 + a = -4b - 2b + a = -6b + a$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2} (-bx^2 - bx + a) = -6b + a$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{60}{x} = 30.$

Para que $f$ sea continua $\underline{-6b + a = 30}$

Estudiamos la derivada en $x=2$

$$f'(x) = \begin{cases} -2bx - b & \text{si } x<2 \\ -\frac{60}{x^2} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

$f'_-(2) = -4b - b = -5b$

$f'_+(2) = -\frac{60}{4} = -15$

Para que sea derivable $-5b = -15 \Rightarrow b = 3$

$-6\cdot 3 + a = 30 \rightarrow -18 + a = 30 \rightarrow a = 48$.

b) $$f(x) = \begin{cases} -3x^2 - 3x + 48 & \text{si } x\leq 2 \\ \frac{60}{x} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -6x - 3 & \text{si } x\leq 2 \\ \frac{-60}{x^2} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

$-6x - 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$\frac{60}{x} \neq 0$

$f'(-1)>0$, $f'(0)<0$, $f'(3) \neq 0$

$\nearrow$ $-\frac{1}{2}$ $\searrow$ $2$ $\searrow$

Crece en $(-\infty, -\frac{1}{2})$

Decrece en $(-\frac{1}{2}, 2)$ y $(2, +\infty)$

Máximo relativo $(-\frac{1}{2}, 48'75)$

② a) Si $f$ tiene un mínimo en $x=0 \Rightarrow f'(0)=0$

Si $f$ pasa por $(0,0) \Rightarrow f(0)=0$

$f'(x) = -6x^2 - ae^{-x} + b$

$f'(0)=0 \rightarrow -a+b=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{b=1}$

$f(0)=0 \rightarrow a-1=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{a=1}$

b) $y - f(-1) = f'(-1)\cdot(x+1)$ $\qquad f(x) = -2x^3 + x - 1 \quad f'(x) = -6x^2+1$.

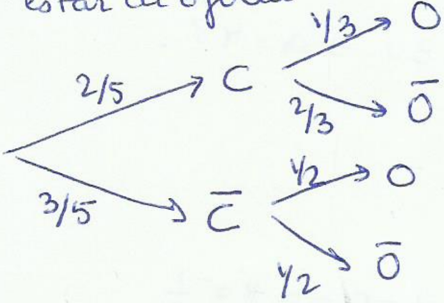
$f(-1) = -2\cdot(-1)^3 - 1 - 1 = 0$

$f'(-1) = -6\cdot(-1)^2 + 1 = -6+1 = -5$

$y - 0 = -5(x+1) \Rightarrow \boxed{y = -5x - 5}$

③ C: "ir de compras"

O: "estar de oferta"




a) $P(O) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3} + \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2}{15} + \frac{3}{10} = \frac{4+9}{30} = \frac{13}{30}$

b) $P(C \cup O) = P(C) + P(O) - P(C \cap O) =$

$= \frac{2}{5} + \frac{13}{30} - \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3} = \frac{2}{5} + \frac{13}{30} - \frac{2}{15} = \frac{12+13-4}{30} = \frac{21}{30}$.