

RELACIÓN II. MATRICES Y PROGRAMACIÓN LINEAL

① Las filas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A_1, A_2, A_3 , en dos comercios, C_1 (fila 1) y C_2 (fila 2)

$$P = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix}$$

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A_1 , 1 de A_2 y 3 de A_3 .

Manuel desea comprar 5 unidades de A_1 , 1 de A_2 y 1 de A_3 .

Han dispuesto esas compras en la matriz Q : $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule $P \cdot Q^t$ y $Q \cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

b) A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

② Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

a) Calcule A^2 y A^{2016}

b) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - B = C^t$.

③ Con motivo de su inauguración, una heladería quiere repartir dos tipos de tarrinas de helados. El primer tipo de tarrina está compuesto por 100g de helado de chocolate, 200g de helado de straciatella y 1 barquillo. El segundo tipo llevará 150g de helado de chocolate, 150g de helado de straciatella y 2 barquillos. Sólo se dispone de 8 kg de helado de chocolate, 10 kg de helado de straciatella y 100 barquillos.

¿Cuántas tarrinas de cada tipo se deben preparar para repartir el máximo número posible de tarrinas?

SOLUCIONES RELACIÓN II. MATRICES Y PROGRAMACIÓN LINEAL

$$\textcircled{1} a) P \cdot Q^t = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115 & 160 \\ 122 & 157 \end{pmatrix}$$

a_{11} es lo que le costaría a Cati comprar los artículos en el comercio C_1

a_{12} es lo que le costaría a ~~Cati~~ ^{Manuel} comprar los artículos en C_1

a_{21} lo que le costaría a Cati comprar en C_2

a_{22} lo que le costaría a Manuel comprar en C_2 .

$$Q \cdot P^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 25 & 23 \\ 20 & 25 \\ 15 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 115 & 122 \\ 160 & 157 \end{pmatrix}$$

a_{11} y a_{12} lo que le cuesta a Cati comprar en C_1 y C_2

a_{21} y a_{22} lo que le cuesta a Manuel comprar en C_1 y C_2 respectivamente.

b) A Cati le interesa comprar en C_1 y a Manuel en C_2 .

$$\textcircled{2} a) A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2 \quad A^3 = A^2 \cdot A = A$$

Si n par, $A^n = I$
Si n impar, $A^n = A$

$$A^n \stackrel{\text{par}}{=} I_2 \Rightarrow A^{2016} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) AX - B = C^t \rightarrow AX = C^t + B \rightarrow \underbrace{A^{-1}AX}_{I} = A^{-1}(C^t + B) \rightarrow X = A^{-1}(C^t + B)$$

Calculo A^{-1} :

$$|A| = -1$$

$$\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow [\text{Adj}(A)]^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot [\text{Adj}(A)]^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = A$$

Calculo $C^t + B$:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculo X :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

③ función objetivo : $F(x,y) = x+y$

x : número de tarritas tipo 1

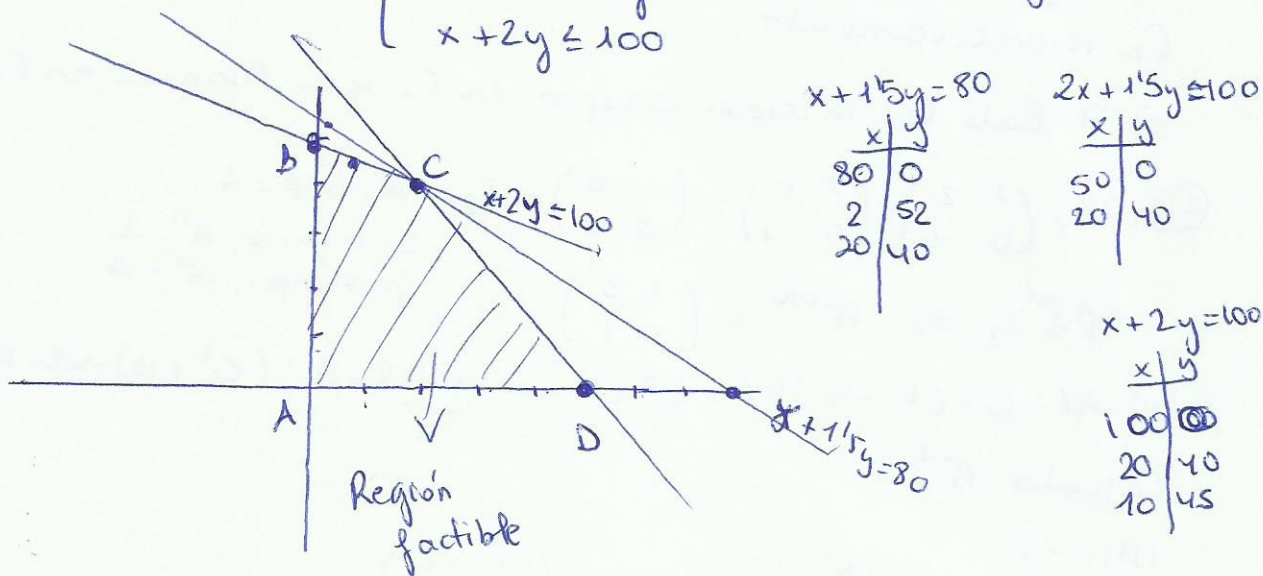
y : número de tarritas tipo 2.

Organizando los datos en una tabla:

	Helado chocolate (g)	Helado Stracciatella(g)	Berquillos
Helado tipo 1	100	200	1
Helado tipo 2	150	150	2
Totales	8000	10000	100

Restricciones

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 150y \leq 8000 \rightarrow x + 1.5y \leq 80 \\ 200x + 150y \leq 10000 \rightarrow 2x + 1.5y \leq 100 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases}$$



$A(0,0) \rightarrow F(0,0) = 0$

$B(0,50) \rightarrow F(0,50) = 50$

$C(20,40) \rightarrow F(20,40) = 60$ (*)

$D(50,0) \rightarrow F(50,0) = 50$

Solución: Se necesitan 20 tarritas del primer tipo y 40 tarritas del segundo tipo.