

RELACIÓN INTEGRALES III

1.- Sean las funciones definidas por $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ y $g(x) = x^2 - 1$.

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a f en $x=2$.

b) Esboza el recinto limitado por las gráficas de f , g y la recta $y=-x+5$ y calcula el área de ese recinto.

2.- Dada $f : (1, \infty) \rightarrow R$, $f(x) = \frac{3}{x^2 + x - 2}$ calcula k para que el área entre la función

f y el eje de abscisa en el intervalo $[2, k]$ valga $\ln(16/7)$.

3.- Calcula el valor de $b > 0$, sabiendo que el área de la región comprendida entre la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = bx$ es de $4/3$ unidades cuadradas.

4.- Calcula $\int_0^{\pi^2} \text{sen}(\sqrt{x}) dx$ haciendo el cambio de variable $\sqrt{x} = t$

5.- Halla la función $f : R \rightarrow R$ sabiendo que $f''(x) = 12x - 6$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$ tiene de ecuación $4x - y - 7 = 0$.

6.- Sea $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$

a) Expresa I haciendo el cambio de variable $t=1+x^2$.

b) Calcula el valor de I .

7.- Sea $f : [0, 4] \rightarrow R$ una función tal que su derivada viene dada por

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & \text{si } 0 < x < 3 \\ -2x + 8 & \text{si } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

a) Determina la expresión de f sabiendo que $f(1)=16/3$.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

8.- Sea $f : (0, 2) \rightarrow R$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \text{Ln}x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \text{Ln}(2-x) & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases}$$

a) Estudia la derivabilidad de f en el punto $x=1$.

b) Calcula $\int_1^{3/2} f(x) dx$

9.- Sea $f : R \rightarrow R$ la función definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

b) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y=-x+3$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.

c) Calcula el área del recinto anterior.

10.- Sea $f : (-3, +\infty) \rightarrow R$ la función definida por $f(x) = \text{Ln}(x+3)$.

a) Calcula su recta tangente en $x=-2$.

b) Esboza el área de la región delimitada por la gráfica de f , la recta $y=x+2$ y la recta $x=0$ y calcula su área.

11.- Sean la función $f : R - \{0\} \rightarrow R$ definida por $f(x) = \frac{3}{x}$ y las rectas $y - 3 = 0$,

$$3y - x = 0.$$

a) Determina la región delimitada por la función y las rectas con sus puntos de corte.

b) Calcula el área de dicha región.

12.- Sea la integral $\int \frac{x}{2 + \sqrt{x+4}} dx$

Resuélvela aplicando el cambio de variable $t^2=x+4$.