

**RELACIÓN DE REFUERZO****ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA**

1. Clasifica los siguientes números en los distintos conjuntos numéricos:

a)  $-3$  ;  $2,7$  ;  $\frac{3}{7}$  ;  $\sqrt{4}$  ;  $\sqrt{7}$  ;  $\sqrt[3]{9}$  ;  $1,020020002..$  b)  $5,\bar{7}$  ;  $-2,35$  ;  $\frac{3}{8}$  ;  $-4$  ;  $\frac{14}{7}$  ;  $\sqrt[4]{3}$  ;  $\sqrt{8}$

2. Efectúa las siguientes operaciones: a)  $\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2}$  b)  $\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}}$  c)  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7}$  d)  $\sqrt[5]{2^3} : \sqrt{2}$

3. Calcula: a)  $\log_3\left(\frac{1}{81}\right) + \log_2(\sqrt{8}) - \log_2(2)$  b)  $\log_2\left(\frac{1}{8}\right) + \log_3(\sqrt{27}) - \log_4(1)$

c)  $\log_4(16) + \log_3(\sqrt[5]{81}) - \log_5(1)$  d)  $\log_7(343) + \log_2(\sqrt{32}) - \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$

4. Halla el valor de  $x$  en cada caso: a)  $\log_2(32) = x$  b)  $\log_3(x) = 3$  c)  $\log_2(x) = 5$  d)  $\log_x(27) = 3$

5. Expresa mediante intervalos o semirrectas los valores de  $x$  para los que se cumple cada una de las siguientes desigualdades y representa en la recta real: a)  $|x - 4| < 2$  b)  $|x - 3| > 2$

6. Calcula y simplifica al máximo las siguientes expresiones

a)  $\sqrt{\frac{84}{45}} \cdot \sqrt{\frac{21}{15}}$  b)  $\sqrt{80} - 3\sqrt{45}$  c)  $\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{343}{125}}$  d)  $\sqrt{45} - 3\sqrt{125}$  e)  $\frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  f)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$

g)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$  h)  $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$  i)  $\sqrt{63} - 2\sqrt{28}$  j)  $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$  k)  $\sqrt{128} + 2\sqrt{18}$  l)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2}$  m)  $\sqrt{108} - \sqrt{147}$

7. Una vacuna tiene 100,000.000 de bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una? Expresa el resultado en notación científica.

8. Halla con tres cifras significativas en la calculadora:

a)  $\sqrt[5]{16807}$  b)  $\frac{3,4 \cdot 10^{-7} + 2,8 \cdot 10^{-6}}{4,2 \cdot 10^{-4}}$  c)  $\log_7(390)$  d)  $\sqrt[3]{2197}$  e)  $(4,31 \cdot 10^8) : (3,25 \cdot 10^{-4}) + 7 \cdot 10^{11}$

9. Una persona se gasta la novena parte del dinero que lleva en la frutería, la cuarta parte del resto lo gasta en la carnicería, y la mitad de lo que le queda después de las dos compras lo gasta en la pescadería. Al final, le sobran 30 €. ¿Cuánto dinero llevaba?

10. Tres amigos van a la gasolinera y echan 25, 32 y 23 litros de gasolina, respectivamente. Si en total tienen que pagar 62,40 €, ¿cuánto le corresponde pagar a cada uno?

11. Un grupo de amigos va a cenar a un restaurante. Cuando van a pagar observan que, si cada uno pone 20 €, sobran 5 €, y si cada uno pone 15 €, faltan 20 €. ¿Cuántos amigos son y cuál es el precio total que tienen que pagar?

12. Un artículo que costaba 300 € sufrió un aumento del 25% en su precio. Después tuvo un segundo aumento del 15% y, finalmente, se rebajó un 20%. Calcula el índice de variación total y el precio final.

13. El precio de un ordenador que costaba 1.200 € fue rebajado en un 8% y posteriormente se le aplicó otra rebaja del 10%. ¿Qué porcentaje de rebaja supone en total? ¿Y cuánto costaba después de las dos rebajas?

14. Calcula en cuánto se transforman 3.500 € depositados durante dos años al 6% anual si los períodos de capitalización son trimestrales.

15. Halla en cuánto se transforma un capital de 5.000 € depositado durante 6 meses al 9% anual, si los períodos de capitalización son mensuales.

16. ¿Cuál sería el capital final obtenido si se depositan 5.000 € a un interés compuesto del 7,5% anual durante 3 años con periodos de capitalización anual, mensual o trimestral? Observa que el capital final varía según el periodo de capitalización. Siendo el periodo de capitalización anual, ¿cuánto tiempo deberá transcurrir para que el capital se duplique?

17. Determina el índice de variación de un capital con capitalización mensual para un año correspondiente a un rédito anual del 8% e indica el TAE obtenido.

18. Para la compra de un coche de 19.000 €, pedimos un préstamo al 7% de interés anual que pagaremos en cuotas mensuales durante 6 años. ¿Cuál será la cuota mensual?

19. Descompón en factores: a)  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$  b)  $x^3 - 3x - 2$  c)  $x^4 - 3x^2 - 2x$

20. Opera: a)  $\left(\frac{1}{x+1} : \frac{1}{x}\right) + \frac{2x+1}{(x+1)^2}$  b)  $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{3x}{x+1} - \frac{5x^2}{x^2-1}$  c)  $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+1} - \frac{2x+2}{x^2+x}$

21. Resuelve: a)  $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$  b)  $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$

c)  $\frac{2x^2-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1-x}{3}$  d)  $\frac{x-2}{6} - \frac{x+1}{3} = \frac{1-x}{2}$  e)  $\frac{5}{4x^2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6x^2}$

22. Resuelve: a)  $\begin{cases} 3(x-4) + 2(x+y) = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 0 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} \frac{2y+x-2}{4} - x = -3 \\ x - (y+1) = 3 \end{cases}$  c)  $\begin{cases} 2x - 3(x+y) = 3y + 4 \\ \frac{x}{2} - y = 2 \end{cases}$

23. Calcula tres números que sumados de dos en dos den como resultados 8, 12, y 14.

24. Clasifica y resuelve los sistemas: a)  $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y+2z=0 \\ x+3y-4z=0 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+z=4 \\ y+z=5 \end{cases}$  c)  $\begin{cases} x+y+z=0 \\ -x+y+z=1 \\ 2x+y+z=2 \end{cases}$

25. Resuelve e interpreta gráficamente la inecuación: a)  $x^2 - 4 \leq 0$  b)  $x \cdot (x+2) \geq 15$

26. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:  $\begin{cases} 1 - (2x-1) < 0 \\ 3(x+1) - 9 \leq 0 \end{cases}$

27. Con 80 kg de acero y 120 de aluminio se quieren fabricar bicicletas de montaña y de paseo que se venderán a 200 € y 150 € respectivamente. Para cada una de las de montaña se utilizan 1 kg de acero y 3 de aluminio y para la de paseo 2 kg de cada metal.

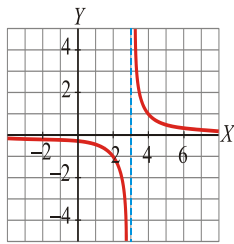
a) Plantea y representa gráficamente la situación expuesta con un sistema de inecuaciones.

b) Indica una posible solución y determina los ingresos que corresponderían en tal caso.

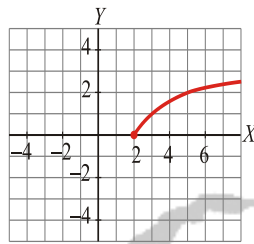
**FUNCIONES**

1. A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio:

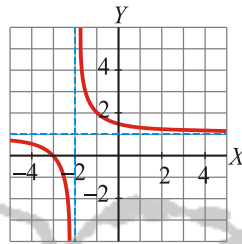
a)



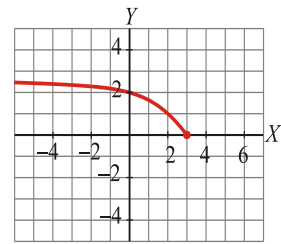
b)



c)

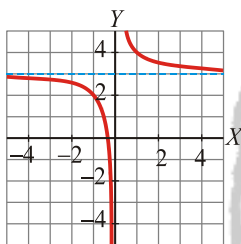


d)

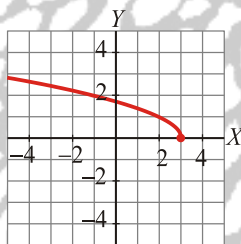


2. Asocia cada gráfica con su ecuación: a)  $y = \frac{1}{x+3}$  b)  $y = \sqrt{3+x}$  c)  $y = \frac{1}{x} + 3$  d)  $y = \sqrt{3-x}$

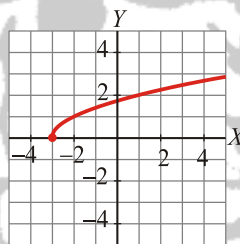
I)  $y =$



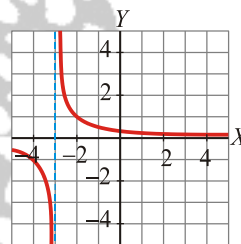
II)  $y =$



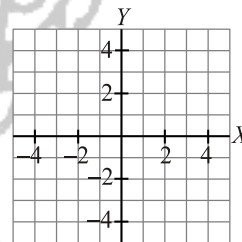
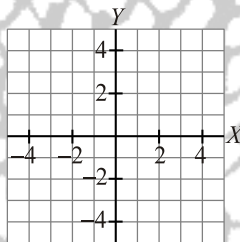
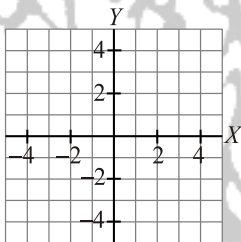
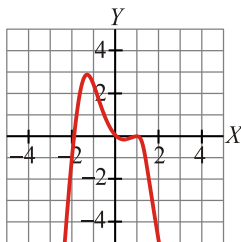
III)  $y =$



IV)  $y =$



3. A partir de la gráfica dada, construye las de: a)  $y = f(x)+1$  b)  $y = f(x+2)$  c)  $y = |f(x)|$



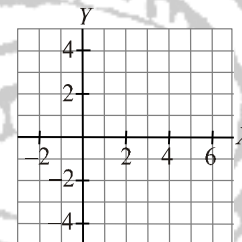
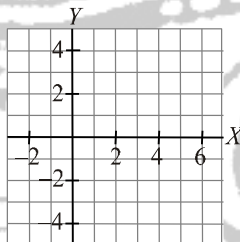
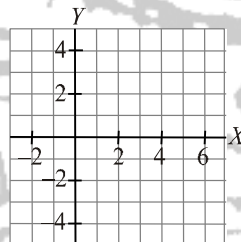
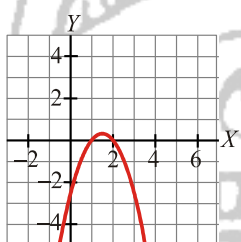
$y = f(x)$

a)  $y = f(x)+1$

b)  $y = f(x+2)$

c)  $y = |f(x)|$

4. A partir de la gráfica dada, construye las de: a)  $y = f(x)+2$  b)  $y = -f(x)$  c)  $y = |f(x)|$



$y = f(x)$

a)  $y = f(x)+2$

b)  $y = -f(x)$

c)  $y = |f(x)|$

5. En algunos países se utiliza un sistema de medición de la temperatura distinto a los grados centígrados que son los grados Fahrenheit. Sabiendo que  $10^\circ\text{C}$  equivalen a  $50^\circ\text{F}$  y  $60^\circ\text{C}$  a  $140^\circ\text{F}$ , obtén la ecuación que nos permita traducir temperaturas de  $^\circ\text{C}$  a  $^\circ\text{F}$ .

6. Calcula el dominio: a)  $y = \frac{1}{3x-x^2}$  b)  $y = \sqrt{x^2-1}$  c)  $y = \frac{2x}{(x-3)^2}$  d)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

7. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{2-x}{3}$  y  $g(x) = x+3$ ; determina los criterios de  $f^{-1}$  y de  $f \circ g$ .

8. Siendo  $f(x) = 3x^2$  y  $g(x) = \frac{1}{x+2}$ , determina la composición  $g \circ f$  y la recíproca de  $g$ .
9. Obtén la expresión en intervalos y representa la función: a)  $y = |-x+3|$  b)  $y = |2x+4|$
10. Colocamos en una cuenta 2.000 € al 3% anual. ¿Cuánto dinero tendremos en la cuenta al cabo de un año? ¿Y dentro de 4 años? Halla la expresión analítica que nos da la cantidad de dinero que tendremos en la cuenta en función del tiempo transcurrido. ¿Cuántos años deberán transcurrir para que nuestro capital sea superior a 2.500 €?
11. El precio por establecimiento de llamada en cierta tarifa telefónica es de 0,12 €. Si hablamos durante 5 minutos, la llamada nos cuesta 0,87 € en total. Halla la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando.
12. Un trabajador va a ganar, durante el primer año, un sueldo de 10.000 €, y el aumento del sueldo va a ser de un 2% anual.
- a) ¿Cuál será su sueldo anual dentro de un año? ¿Y dentro de dos años? Halla la expresión analítica que nos da su sueldo anual en función del tiempo (en años).
- b) ¿Cuántos años deberán transcurrir para que el sueldo sea superior a 12.000 €?
13. Calcula los siguientes límites e interpreta gráficamente los resultados:
- a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{x+5}{x+3} \right)$  b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} \right)$  c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3+2x)^2$  d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+1}{x^2-4} \right)$  e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2-x} \right)$
14. Esboza la gráfica: a)  $y = |x+3|$  b)  $y = 3^{x-1}$  c)  $y = 1-x^2$  d)  $y = \left( \frac{1}{3} \right)^{x+1}$
15. Estudia la continuidad y representa: a)  $f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$  b)  $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{3x-1}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$
16. Una cierta población crece de acuerdo con la ecuación  $y = 1 + k \cdot e^{a \cdot x}$  donde "x" es el tiempo en meses e "y" es el número de miles de individuos.
- a) Calcula k y a sabiendo que  $y(0) = 1,2$  y que  $y(10) = 1 + 0,2 \cdot e \approx 1,54$
- b) Representa la función obtenida con los valores de k y a que has hallado.
17. Averigua cuáles son las asíntotas función y representa gráficamente la posición de la curva respecto a ellas: a)  $f(x) = \frac{x}{x-3}$  b)  $f(x) = \frac{2x^2}{x+3}$  c)  $f(x) = \frac{2x^2+1}{x-1}$  d)  $f(x) = \frac{x^2-3}{x-2}$
18. Deriva las siguientes funciones:
- a)  $f(x) = 4x^5 - \frac{2x}{3}$  b)  $f(x) = (2x^3 - x) \cdot e^{3x}$  c)  $f(x) = \frac{3x^3}{4-x^2}$  d)  $f(x) = \ln(2x^5 + 3x)$
19. Halla la recta tangente a la curva  $y = 2x^2 + 3x - 1$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
20. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $y = x - 2x^2$  que es paralela a  $y = -7x - 2$ .

21. Estudia el crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y realiza un esbozo de cada una de las gráficas: a)  $y = 12x - x^3$     b)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$     c)  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$

22. Dibuja la gráfica de la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$  ayudándote de los siguientes aspectos: dominio, comportamiento en los infinitos, tendencia, curvatura y puntos singulares.

23. Los ingresos  $I(x)$  y los costes anuales  $C(x)$  en millones de euros, en una fábrica de bolígrafos, dependen del precio de venta  $x$  de cada bolígrafo según las funciones:  $I(x) = 4x - 9$  y  $C(x) = 0.01 \cdot x^2 + 3x$ . Siendo el beneficio anual  $B(x) = I(x) - C(x)$ , ¿cuál debe ser el precio de venta para obtener el máximo beneficio y cuál es ese beneficio? Representa gráficamente la función beneficio y razonar sobre la gráfica de  $B(x)$  para qué precios de venta tendría pérdidas esta empresa.

### ESTADÍSTICA

1. En una población de 25 familias se ha observado la variable estadística  $X =$  "número de coches que tiene la familia" y se han obtenido los siguientes datos:

0 1 2 3 1 0 1 1 1 4 3 2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 1 3 2 1

- a) Construye la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución. y el diagrama de barras.
- b) Calcula la media y la desviación típica.
- c) ¿Qué porcentaje de familias se encuentran el intervalo  $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ ?

2. El número de hijos de las familias de una determinada localidad hijos viene dado por la tabla:

Nº de hijos	0	1	2	3	4
Nº de familias	18	28	32	14	8

- a) Calcula la media y la desviación típica.
- b) Determina la mediana, tercer cuartil y percentil 40 e interpreta los resultados obtenidos.

3. La altura en centímetros, de un grupo de estudiantes de una misma clase es:

150 169 171 172 175 181 172 182 183 177 179 176 184 158

Determinar la mediana, los cuartiles, la moda y el rango. Interpreta cada uno de ellos.

4. En una fábrica inglesa, el sueldo medio de sus trabajadores es de 952 libras y su desviación típica 157 libras. En una fábrica marroquí, el sueldo medio es de 2.630 dirhams y su desviación típica es de 380 dirhams. Indica razonadamente en qué fábrica los sueldos presentan mayor dispersión relativa.

5. Se ha estudiado el cociente de inteligencia en un grupo, A, de personas, obteniendo una media de 100 y una varianza de 256. En otro grupo, B, la media ha sido de 98 con una varianza de 400. Calcula el coeficiente de variación y compara la dispersión relativa en ambos grupos.

6. Las edades de los empleados de una empresa vienen recogidas en la siguiente tabla:

Edad	[16,26)	[26,36)	[36,46)	[46,56)	[56,66)
Nº de empleados	8	21	19	17	15

a) Calcula la media y la desviación típica de esta distribución.

b) En otra empresa, B, la media de edad es de 35 años y la desviación típica es de 10 años. Calcula el coeficiente de variación en las dos y compara la dispersión en ambos grupos.

7. Se ha analizado en distintos modelos de impresoras cuál es el coste por página (en céntimos de euro) en blanco y negro y cuál es el coste por página si esta es en color. La siguiente tabla nos da los seis primeros pares de datos obtenidos:

X: B y N	8	11	17	21	14	10
Y: Color	33	49	95	106	58	53

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.

b) ¿Cuánto nos costaría imprimir una página en color en una impresora en la que el coste por página en blanco y negro fuera de 12 cents? ¿Es fiable la estimación si  $r = 0,97$ ?

8. Se ha estudiado en distintas marcas de yogures naturales el porcentaje de grasa que contenían, así como las kilocalorías por envase. Los resultados obtenidos son:

X: Grasa (%)	2,2	2	1,9	3,1	3	2
Y: Kcal/envase	64	55	58	79	65	52

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.

b) ¿Qué kilocalorías estimas que contendría un yogur con un 2,5 % de grasa?

9. Preguntando a cinco alumnos y alumnas de un instituto sobre el número de horas diarias que dedican a ver la televisión y su nota media en la 2ª evaluación, hemos recogido los siguientes resultados:

Horas diarias de TV	1	2	4	1	4
Nota media	6	5	3	7	2

¿Cómo es la relación entre las dos variables? ¿Qué nota media se estima para un alumno que viera la televisión 3 horas diarias?