

## EJERCICIOS DE INFERENCIA PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD ANDALUCIA 2015

1. ( 2.5 puntos ) La talla media de los alumnos de una Universidad sigue una distribución Normal de media 170 cm y desviación típica 6 cm. Estudios recientes hacen sospechar que dicha talla media ha aumentado. Para confirmar, o no, esa sospecha se ha tomado una muestra de 64 estudiantes de esa Universidad, cuya talla media ha resultado ser de 172 cm. Con un nivel de significación del 1%, plantee un contraste de hipótesis ( $H_0: \mu \leq 170$ ), determine la región crítica de ese contraste y razone si se puede concluir que la talla media poblacional ha aumentado.
  
2. El tiempo en horas dedicado cada día al uso de una aplicación de mensajería instantánea por los estudiantes de bachillerato de una ciudad, es una variable aleatoria que sigue una ley Normal con desviación típica 0.5 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos de uso en horas: 3.5 4.25 2.25 3.75 4.2 2.75 1.25 1.2 1.75 2.1
  - a) ( 1.5 puntos ) Determine un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado al uso de esta aplicación por los estudiantes.
  - b) ( 1 punto ) Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el tiempo medio diario dedicado al uso de esta aplicación, para un error de estimación no superior a 0.1 horas y mismo nivel de confianza anterior.
  
3. ( 2.5 puntos ) Una característica poblacional X sigue una distribución Normal  $N(\mu, 2.1)$ . Sobre ella se formula un contraste de hipótesis bilateral con  $H_0: \mu = 5.5$  a un nivel de significación del 8%. Se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño 25 que proporciona una media muestral de 6.3. Plantee dicho contraste, determine su región crítica y razone si se puede aceptar la hipótesis nula.
  
4. Se ha lanzado un dado 400 veces, y en 72 de ellas ha salido un tres.
  - a) ( 2 puntos ) Calcule un intervalo de confianza, al 99.2%, para la proporción de veces que se obtiene un tres.
  - b) ( 0.5 puntos ) Calcule el error máximo admisible cometido con ese intervalo.
  
5.
  - a) ( 1.5 puntos ) En una muestra aleatoria de 100 botellas de agua mineral se encontró un contenido medio de 48 cl. Sabiendo que la variable “ contenido de agua en una botella” sigue una ley Normal con desviación típica 5 cl, determine un intervalo de confianza para la media poblacional, con un nivel de confianza del 95.5.
  - b) ( 1 punto ) ¿Qué tamaño muestral mínimo debería considerarse para estimar esta media con el mismo nivel de confianza y un error inferior a 0.5 cl?

6. La concentración de arsénico en los moluscos de una zona costera sigue una ley Normal de desviación típica 6 mg/kg. Para verificar la calidad de estos moluscos se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 para contrastar si la media poblacional no supera el límite máximo de 80 mg/kg permitido por la normativa sanitaria ( $H_0 : \mu \leq 80$ ).
- ( 1.5 puntos ) Determine la región crítica de este contraste a un nivel de significación del 5%.
  - ( 1 punto ) ¿Debe rechazarse esta hipótesis nula, al nivel del 5%, si en esa muestra de 36 moluscos se encuentra una concentración media de arsénico de 82 mg/kg?
7. La calificación en Matemáticas de los alumnos de un centro docente es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de desviación típica 1'2. Una muestra de 10 alumnos ha dado las siguientes calificaciones: 3 8 6 3 9 1 7 7 5 6.
- ( 1.75 puntos ) Se tiene la creencia de que la calificación media de los alumnos del centro en Matemáticas es a lo sumo 5 puntos. Con un nivel de significación del 5%, plantee el contraste unilateral correspondiente ( $H_0 : \mu \leq 5$ ), determine la región crítica y razone si la creencia es fundada o no.
  - ( 0.75 puntos ) ¿Obtendría la misma respuesta si el nivel de significación fuese
8. Un fabricante de tuberías de PVC sabe que la distribución de los diámetros interiores, de tubos de conducción de agua que produce sigue una ley Normal con varianza  $\sigma^2 = 0'25 \text{ mm}^2$ . Para estimar el diámetro medio de esas tuberías, toma una muestra aleatoria de 64 tubos y comprueba que el diámetro medio de esa muestra es de 20 mm.
- ( 1'5 puntos ) Calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 98%, para la media de los diámetros de los tubos que fabrica.
  - ( 1 punto ) Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa distribución para que la amplitud de un intervalo de confianza, con ese mismo nivel de confianza, sea inferior a 2 mm.
9. ( 2.5 puntos ) El servicio de atención al cliente de una empresa funciona eficazmente si el tiempo medio de atención es inferior o igual a 7 minutos. Se toma una muestra de 36 clientes atendidos y se observa que el tiempo medio es de 8 minutos. Suponiendo que el tiempo empleado en atender a un cliente sigue una distribución Normal con varianza 16, plantee un contraste de hipótesis ( $H_0 : \mu \leq 7$ ), con un nivel de significación de 0.05, determine la región crítica de este contraste y razone si se puede aceptar que ese servicio funciona de forma eficaz.
10. De una población Normal de media desconocida  $m$  y desviación típica 2 se extrae la siguiente muestra aleatoria simple de tamaño 10: 3.8 6.3 4.3 6 6.2 5.8 1.5 3.3 3.4 2.9
- ( 1.5 puntos ) Estime, mediante un intervalo de confianza, la media poblacional para un nivel de confianza del 92%. Obtenga su error de estimación.
  - ( 1 punto ) ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para reducir ese error a la mitad, con el

mismo nivel de confianza?

11. El capital de las hipotecas constituidas sobre fincas urbanas en Andalucía es una variable aleatoria Normal con desviación típica 10000 €.
- a) ( 2 puntos ) Se toma una muestra aleatoria de 9 hipotecas con los siguientes capitales (en euros):  
95000 99000 105000 106000 108000 111000 112000 115000 120000.  
Construya un intervalo de confianza, al 95%, para el capital medio de dichas hipotecas.
- b) ( 0.5 puntos ) ¿Qué número mínimo de hipotecas deberíamos considerar en una muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo en la estimación del capital medio sea de 4000€?
12. ( 2.5 puntos ) El peso medio de los pájaros de una determinada especie que habita en un parque natural se consideraba no inferior a 110 g, pero los biólogos del parque sostienen ahora la hipótesis de que dicho peso medio ha disminuido a consecuencia del cambio climático. Se ha tomado una muestra de 100 pájaros de esta especie y se ha obtenido un peso medio de 108 g. Se sabe que la variable que mide el peso de los pájaros de esta especie sigue una distribución Normal con desviación típica igual a 6 g.  
Plantee un contraste de hipótesis ( $H_0: \mu \geq 110$ ), con un nivel de significación del 5%, determine la región crítica de este contraste y, utilizando ésta, razone si con ese nivel se puede aceptar que los biólogos del parque están en lo cierto.